

1、归一问题

【含义】在解题时，先求出一份是多少（即单一量），然后以单一量为标准，求出所要求的数量。这类应用题叫做归一问题。

【数量关系】总量 \div 份数=1份数量

1份数量 \times 所占份数=所求几份的数量

另一总量 \div （总量 \div 份数）=所求份数

【解题思路和方法】先求出单一量，以单一量为标准，求出所要求的数量。

例 1 买 5 支铅笔要 0.6 元钱，买同样的铅笔 16 支，需要多少钱？

例 2 3 台拖拉机 3 天耕地 90 公顷，照这样计算，5 台拖拉机 6 天耕地多少公顷？

例 3 5 辆汽车 4 次可以运送 100 吨钢材，如果用同样的 7 辆汽车运送 105 吨钢材，需要运几次？

2、归总问题

【含义】解题时，常常先找出“总数量”，然后再根据其它条件算出所求的问题，叫归总问题。所谓“总数量”是指货物的总价、

几小时（几天）的总工作量、几公亩地上的总产量、几小时行的总路程等。

【数量关系】1份数量 \times 份数=总量

总量 \div 1份数量=份数

总量 \div 另一份数=另一每份数量

【解题思路和方法】先求出总数量，再根据题意得出所求的数量。

例 1 服装厂原来做一套衣服用布 3.2 米，改进裁剪方法后，每套衣服用布 2.8 米。原来做 791 套衣服的布，现在可以做多少套？

例 2 小华每天读 24 页书，12 天读完了《红岩》一书。小明每天读 36 页书，几天可以读完《红岩》？

例 3 食堂运来一批蔬菜，原计划每天吃 50 千克，30 天慢慢消费完这批蔬菜。后来根据大家的意见，每天比原计划多吃 10 千克，这批蔬菜可以吃多少天？

3、和差问题

【含义】已知两个数量的和与差，求这两个数量各是多少，这类应用题叫和差问题。

【数量关系】大数=（和+差） \div 2

$$\text{小数} = (\text{和} - \text{差}) \div 2$$

【解题思路和方法】简单的题目可以直接套用公式；复杂的题目变通后再用公式。

例 1 甲乙两班共有学生 98 人，甲班比乙班多 6 人，求两班各有多少人？

例 2 长方形的长和宽之和为 18 厘米，长比宽多 2 厘米，求长方形的面积。

例 3 有甲乙丙三袋化肥，甲乙两袋共重 32 千克，乙丙两袋共重 30 千克，甲丙两袋共重 22 千克，求三袋化肥各重多少千克。

例 4 甲乙两车原来共装苹果 97 筐，从甲车取下 14 筐放到乙车上，结果甲车比乙车还多 3 筐，两车原来各装苹果多少筐？

4、和倍问题

【含义】已知两个数的和及大数是小数的几倍（或小数是大数的几分之几），要求这两个数各是多少，这类应用题叫做和倍问题。

【数量关系】总和 \div (几倍 + 1) = 较小的数

总和 - 较小的数 = 较大的数

较小的数 \times 几倍 = 较大的数

【解题思路和方法】简单的题目直接利用公式，复杂的题目变通后利用公式。

例 1 果园里有杏树和桃树共 248 棵，桃树的棵数是杏树的 3 倍，求杏树、桃树各多少棵？

例 2 东西两个仓库共存粮 480 吨，东库存粮数是西库存粮数的 1.4 倍，求两库各存粮多少吨？

例 3 甲站原有车 52 辆，乙站原有车 32 辆，若每天从甲站开往乙站 28 辆，从乙站开往甲站 24 辆，几天后乙站车辆数是甲站的 2 倍？

例 4 甲乙丙三数之和是 170，乙比甲的 2 倍少 4，丙比甲的 3 倍多 6，求三数各是多少？

5、差倍问题

【含义】已知两个数的差及大数是小数的几倍（或小数是大数的几分之几），要求这两个数各是多少，这类应用题叫做差倍问题。

【数量关系】两个数的差 \div (几倍 - 1) = 较小的数

较小的数 \times 几倍 = 较大的数

【解题思路和方法】简单的题目直接利用公式，复杂的题目变通后利用公式。

例 1 果园里桃树的棵数是杏树的 3 倍，而且桃树比杏树多 124 棵。求杏树、桃树各多少棵？

例 2 爸爸比儿子大 27 岁，今年，爸爸的年龄是儿子年龄的 4 倍，求父子二人今年各是多少岁？

例 3 商场改革经营管理办法后，本月盈利比上月盈利的 2 倍还多 12 万元，又知本月盈利比上月盈利多 30 万元，求这两个月盈利各是多少万元？

例 4 粮库有 94 吨小麦和 138 吨玉米，如果每天运出小麦和玉米各是 9 吨，问几天后剩下的玉米是小麦的 3 倍？

6、倍比问题

【含义】有两个已知的同类量，其中一个量是另一个量的若干倍，解题时先求出这个倍数，再用倍比的方法算出要求的数，这类应用题叫做倍比问题。

【数量关系】总量 ÷ 一个数量 = 倍数

另一个数量 × 倍数 = 另一总量

【解题思路和方法】先求出倍数，再用倍比关系求出要求的数。

例 1 100 千克油菜籽可以榨油 40 千克，现在有油菜籽 3700 千克，可以榨油多少？

例 2 今年植树节这天，某小学 300 名师生共植树 400 棵，照这样计算，全县 48000 名师生共植树多少棵？

例 3 凤翔县今年苹果大丰收，田家庄一户人家 4 亩果园收入 11111 元，照这样计算，全乡 800 亩果园共收入多少元？全县 16000 亩果园共收入多少元？

7、相遇问题

【含义】两个运动的物体同时由两地出发相向而行，在途中相遇。这类应用题叫做相遇问题。

【数量关系】相遇时间 = 总路程 ÷ (甲速 + 乙速)

总路程 = (甲速 + 乙速) × 相遇时间

【解题思路和方法】简单的题目可直接利用公式，复杂的题目变通后再利用公式。

例 1 南京到上海的水路长 392 千米，同时从两港各开出一艘轮船相对而行，从南京开出的船每小时行 28 千米，从上海开出的船每小时行 21 千米，经过几小时两船相遇？

例 2 小李和小刘在周长为 400 米的环形跑道上跑步，小李每秒钟跑 5 米，小刘每秒钟跑 3 米，他们从同一地点同时出发，反向而跑，那么，二人从出发到第二次相遇需多长时间？

例 3 甲乙二人同时从两地骑自行车相向而行，甲每小时行 15 千米，乙每小时行 13 千米，两人在距中点 3 千米处相遇，求两地的距离。

8、追及问题

【含义】 两个运动物体在不同地点同时出发（或者在同一地点而不是同时出发，或者在不同地点又不是同时出发）作同向运动，在后面的，行进速度要快些，在前面的，行进速度较慢些，在一定时间之内，后面的追上前面的物体。这类应用题就叫做追及问题。

【数量关系】 追及时间 = 追及路程 ÷ (快速 - 慢速)

追及路程 = (快速 - 慢速) × 追及时间

【解题思路和方法】 简单的题目直接利用公式，复杂的题目变通后利用公式。

例 1 好马每天走 120 千米，劣马每天走 75 千米，劣马先走 12 天，好马几天能追上劣马？

例 2 小明和小亮在 200 米环形跑道上跑步，小明跑一圈用 40 秒，他们从同一地点同时出发，同向而跑。小明第一次追上小亮时跑了 500 米，求小亮的速度是每秒多少米。

例 3 我人民解放军追击一股逃窜的敌人，敌人在下午 16 点开始从甲地以每小时 10 千米的速度逃跑，解放军在晚上 22 点接到命令，以每小时 30 千米的速度开始从乙地追击。已知甲乙两地相距 60 千米，问解放军几个小时可以追上敌人？

例 4 一辆客车从甲站开往乙站，每小时行 48 千米；一辆货车同时从乙站开往甲站，每小时行 40 千米，两车在距两站中点 16 千米处相遇，求甲乙两站的距离。

例 5 兄妹二人同时由家上学，哥哥每分钟走 90 米，妹妹每分钟走 60 米。哥哥到校门口时发现忘记带课本，立即沿原路回家去取，行至离校 180 米处和妹妹相遇。问他们家离学校有多远？

例 6 孙亮打算上课前 5 分钟到学校，他以每小时 4 千米的速度从家步行去学校，当他走了 1 千米时，发现手表慢了 10 分钟，因此立即跑步前进，到学校恰好准时上课。后来算了一下，如果孙亮从家一开始就跑步，可比原来步行早 9 分钟到学校。求孙亮跑步的速度。

9、植树问题

【含义】按相等的距离植树，在距离、棵距、棵数这三个量之间，已知其中的两个量，要求第三个量，这类应用题叫做植树问题。

【数量关系】线形植树棵数=距离 \div 棵距+1

圆形植树棵树=圆形周长 \div 棵距

闭合环形植树棵数=距离 \div 棵距
方形植树棵数=方形周长 \div 棵距

三角形棵树=三角形周长 \div 棵距

面积植树棵数=面积 \div （棵距 \times 行距）

【解题思路和方法】先弄清楚植树问题的类型，然后可以利用公式。

例 1 一条河堤 136 米，每隔 2 米栽一棵垂柳，头尾都栽，一共要栽多少棵垂柳？

例 2 一个圆形池塘周长为 400 米，在岸边每隔 4 米栽一棵白杨树，一共能栽多少棵白杨树？

例 3 一个正方形的运动场，每边长 220 米，每隔 8 米安装一个照明灯，一共可以安装多少个照明灯？

例 4 给一个面积为 96 平方米的住宅铺设地板砖，所用地板砖的长和宽分别是 60 厘米和 40 厘米，问至少需要多少块地板砖？

例 5 一座大桥长 500 米，给桥两边的电杆上安装路灯，若每隔 50 米有一个电杆，每个电杆上安装 2 盏路灯，一共可以安装多少盏路灯？

10、年龄问题

【含义】这类问题是根据题目的内容而得名，它的主要特点是两人的年龄差不变，但是，两人年龄之间的倍数关系随着年龄的增长在发生变化。

【数量关系】年龄问题往往与和差、和倍、差倍问题有着密切联系，尤其与差倍问题的解题思路是一致的，要紧紧抓住“年龄差不变”这个特点。

【解题思路和方法】可以利用“差倍问题”的解题思路和方法。
两个数的差 \div （几倍-1）=较小的数

例 1 爸爸今年 35 岁，亮亮今年 5 岁，今年爸爸的年龄是亮亮的几倍？明年呢？

例 2 母亲今年 37 岁，女儿今年 7 岁，几年后母亲的年龄是女儿的 4 倍？

例 3 3 年前父子的年龄和是 49 岁，今年父亲的年龄是儿子年龄的 4 倍，父子今年各多少岁？

例 4 甲对乙说：“当我的岁数曾经是你现在的岁数时，你才 4 岁”。乙对甲说：“当我的岁数将来是你现在的岁数时，你将 61 岁”。求甲乙现在的岁数各是多少？（可用方程解）

11、行船问题

【含义】 行船问题也就是与航行有关的问题。解答这类问题要弄清船速与水速，船速是船只本身航行的速度，也就是船只在静水中航行的速度；水速是水流的速度，船只顺水航行的速度是船速与水速之和；船只逆水航行的速度是船速与水速之差。

【数量关系】 $(\text{顺水速度} + \text{逆水速度}) \div 2 = \text{船速}$

$(\text{顺水速度} - \text{逆水速度}) \div 2 = \text{水速}$

$\text{顺水速} = \text{船速} + \text{水速} = \text{逆水速} + \text{水速} \times 2$

$\text{逆水速} = \text{船速} - \text{水速} = \text{顺水速} - \text{水速} \times 2$

【解题思路和方法】 大多数情况可以直接利用数量关系的公式。

例 1 一只船顺水行 320 千米需用 8 小时，水流速度为每小时 15 千米，这只船逆水行这段路程需用几小时？

例 2 甲船逆水行 360 千米需 18 小时，返回原地需 10 小时；乙船逆水行同样一段距离需 15 小时，返回原地需多少时间？

例 3 一架飞机飞行在两个城市之间，飞机的速度是每小时 576 千米，风速为每小时 24 千米，飞机逆风飞行 3 小时到达，顺风飞回需要几小时？

12、列车问题

【含义】 这是与列车行驶有关的一些问题，解答时要注意列车车身的长度。

【数量关系】 火车过桥： $\text{过桥时间} = (\text{车长} + \text{桥长}) \div \text{车速}$

火车追及： $\text{追及时间} = (\text{甲车长} + \text{乙车长} + \text{距离}) \div (\text{甲车速} - \text{乙车速})$

火车相遇： $\text{相遇时间} = (\text{甲车长} + \text{乙车长} + \text{距离}) \div (\text{甲车速} + \text{乙车速})$

【解题思路和方法】 大多数情况可以直接利用数量关系的公式。

例 1 一座大桥长 2400 米，一列火车以每分钟 900 米的速度通过大桥，从车头开上桥到车尾离开桥共需要 3 分钟。这列火车长多少米？

例 2 一列长 200 米的火车以每秒 8 米的速度通过一座大桥，用了 2 分 5 秒钟时间，求大桥的长度是多少米？

例 3 一列长 225 米的慢车以每秒 17 米的速度行驶，一列长 140 米的快车以每秒 22 米的速度在后面追赶，求快车从追上到追过慢车需要多长时间？

例 4 一列长 150 米的列车以每秒 22 米的速度行驶，有一个扳道工人以每秒 3 米的速度迎面走来，那么，火车从工人身旁驶过需要多少时间？

例 5 一列火车穿越一条长 2000 米的隧道用了 88 秒，以同样的速度通过一条长 1250 米的大桥用了 58 秒。求这列火车的车速和车身长度各是多少？

13、时钟问题

【含义】就是研究钟面上时针与分针关系的问题，如两针重合、两针垂直、两针成一线、两针夹角为 60 度等。时钟问题可与追及问题相类比。

【数量关系】分针的速度是时针的 12 倍，二者的速度差为 $11/12$ 。

通常按追及问题来对待，也可以按差倍问题来计算。

【解题思路和方法】变通为“追及问题”后可以直接利用公式。

例 1 从时针指向 4 点开始，再经过多少分钟时针正好与分针重合？

例 2 四点和五点之间，时针和分针在什么时候成直角？

例 3 六点与七点之间什么时候时针与分针重合？

14、盈亏问题

【含义】根据一定的人数，分配一定的物品，在两次分配中，一次有余（盈），一次不足（亏），或两次都有余，或两次都不足，求人数或物品数，这类应用题叫做盈亏问题。

【数量关系】一般地说，在两次分配中，如果一次盈，一次亏，则有：

参加分配总人数 = (盈 + 亏) ÷ 分配差

如果两次都盈或都亏，则有：

参加分配总人数 = (大盈 - 小盈) ÷ 分配差

参加分配总人数 = (大亏 - 小亏) ÷ 分配差

【解题思路和方法】大多数情况可以直接利用数量关系的公式。

例 1 给幼儿园小朋友分苹果，若每人分 3 个就余 11 个；若每人分 4 个就少 1 个。问有多少小朋友？有多少个苹果？

例 2 修一条公路，如果每天修 260 米，修完全长就得延长 8 天；如果每天修 300 米，修完全长仍得延长 4 天。这条路全长多少米？

例 3 学校组织春游，如果每辆车坐 40 人，就余下 30 人；如果每辆车坐 45 人，就刚好坐完。问有多少车？多少人？

15、工程问题

【含义】工程问题主要研究工作量、工作效率和工作时间三者之间的关系。这类问题在已知条件中，常常不给出工作量的具体数量，只提出“一项工程”、“一块土地”、“一条水渠”、“一件工作”等，在解题时，常常用单位“1”表示工作总量。

【数量关系】解答工程问题的关键是把工作总量看作“1”，这样，工作效率就是工作时间的倒数（它表示单位时间内完成工作总

量的几分之几），进而就可以根据工作量、工作效率、工作时间三者之间的关系列出算式。

工作量 = 工作效率 × 工作时间

工作时间 = 工作量 ÷ 工作效率

工作时间 = 总工作量 ÷ (甲工作效率 + 乙工作效率)

【解题思路和方法】变通后可以利用上述数量关系的公式。

例 1 一项工程，甲队单独做需要 10 天完成，乙队单独做需要 15 天完成，现在两队合作，需要几天完成？

例 2 一批零件，甲独做 6 小时完成，乙独做 8 小时完成。现在两人合做，完成任务时甲比乙多做 24 个，求这批零件共有多少个？

例 3 一件工作，甲独做 12 小时完成，乙独做 10 小时完成，丙独做 15 小时完成。现在甲先做 2 小时，余下的由乙丙二人合做，还需几小时才能完成？

例 4 一个水池，底部装有一个常开的排水管，上部装有若干个同样粗细的进水管。当打开 4 个进水管时，需要 5 小时才能注满水池；当打开 2 个进水管时，需要 15 小时才能注满水池；现在要用 2 小时将水池注满，至少要打开多少个进水管？

16、正反比例问题

【含义】两种相关联的量，一种量变化，另一种量也随着变化，如果这两种量中相对应的两个数的比的比值一定（即商一定），那么这两种量就叫做成正比例的量，它们的关系叫做正比例关系。正比例应用题是正比例意义和解比例等知识的综合运用。

两种相关联的量，一种量变化，另一种量也随着变化，如果这两种量中相对应的两个数的积一定，这两种量就叫做成反比例的量，它们的关系叫做反比例关系。反比例应用题是反比例的意义和解比例等知识的综合运用。

【数量关系】判断正比例或反比例关系是解这类应用题的关键。许多典型应用题都可以转化为正反比例问题去解决，而且比较简捷。

【解题思路和方法】解决这类问题的重要方法是：把分率（倍数）转化为比，应用比和比例的性质去解应用题。

正反比例问题与前面讲过的倍比问题基本类似。

例 1 修一条公路，已修的是未修的 $\frac{1}{3}$ ，再修 300 米后，已修的变成未修的 $\frac{1}{2}$ ，求这条公路总长是多少米？

例 2 张晗做 4 道应用题用了 28 分钟，照这样计算，91 分钟可以做几道应用题？

例 3 孙亮看《十万个为什么》这本书，每天看 24 页，15 天看完，如果每天看 36 页，几天就可以看完？

例 4 一个大矩形被分成六个小矩形，其中四个小矩形的面积如图所示，求大矩形的面积。

A	25	20
36	B	16

17、按比例分配问题

【含义】所谓按比例分配，就是把一个数按照一定的比分成若干份。这类题的已知条件一般有两种形式：一是用比或连比的形式反映各部分占总数量的份数，另一种是直接给出份数。

【数量关系】从条件看，已知总量和几个部分量的比；从问题看，求几个部分量各是多少。

总份数 = 比的前后项之和

【解题思路和方法】先把各部分量的比转化为各占总量的几分之几，把比的前后项相加求出总份数，再求各部分占总量的几分之几（以总份数作分母，比的前后项分别作分子），再按照求一个数的几分之几是多少的计算方法，分别求出各部分量的值。

例 1 学校把植树 560 棵的任务按人数分配给五年级三个班，已知一班有 47 人，二班有 48 人，三班有 45 人，三个班各植树多少棵？

例 2 用 60 厘米长的铁丝围成一个三角形，三角形三条边的比是 3 : 4 : 5。三条边的长各是多少厘米？

例 3 从前有个牧民，临死前留下遗言，要把 17 只羊分给三个儿子，大儿子分总数的 $\frac{1}{2}$ ，二儿子分总数的 $\frac{1}{3}$ ，三儿子分总数的 $\frac{1}{9}$ ，并规定不许把羊宰割分，求三个儿子各分多少只羊。

例 4 某工厂第一、二、三车间人数之比为 8 : 12 : 21，第一车间比第二车间少 80 人，三个车间共多少人？

18、百分数问题

【含义】百分数是表示一个数是另一个数的百分之几的数。百分数是一种特殊的分数。分数常常可以通分、约分，而百分数则无需；分数既可以表示“率”，也可以表示“量”，而百分数只能表示“率”；分数的分子、分母必须是自然数，而百分数的分子可以是小数；百分数有一个专门的记号“%”。

在实际中和常用到“百分点”这个概念，一个百分点就是 1%，两个百分点就是 2%。

【数量关系】掌握“百分数”、“标准量”“比较量”三者之间的数量关系：

$$\text{百分数} = \text{比较量} \div \text{标准量}$$

$$\text{标准量} = \text{比较量} \div \text{百分数}$$

【解题思路和方法】一般有三种基本类型：

- (1) 求一个数是另一个数的百分之几；
- (2) 已知一个数，求它的百分之几是多少；
- (3) 已知一个数的百分之几是多少，求这个数。

例 1 仓库里有一批化肥，用去 720 千克，剩下 6480 千克，用去的与剩下的各占原重量的百分之几？

例 2 红旗化工厂有男职工 420 人，女职工 525 人，男职工人数比女职工少百分之几？

例 3 红旗化工厂有男职工 420 人，女职工 525 人，女职工比男职工人数多百分之几？

例 4 红旗化工厂有男职工 420 人，有女职工 525 人，男、女职工各占全厂职工总数的百分之几？

例 5 百分数又叫百分率，百分率在工农业生产中应用很广泛，常见的百分率有：

$$\text{增长率} = \text{增长数} \div \text{原来基数} \times 100\%$$

$$\text{合格率} = \text{合格产品数} \div \text{产品总数} \times 100\%$$

$$\text{出勤率} = \text{实际出勤人数} \div \text{应出勤人数} \times 100\%$$

$$\text{出勤率} = \text{实际出勤天数} \div \text{应出勤天数} \times 100\%$$

$$\text{缺席率} = \text{缺席人数} \div \text{实有总人数} \times 100\%$$

$$\text{发芽率} = \text{发芽种子数} \div \text{试验种子总数} \times 100\%$$

$$\text{成活率} = \text{成活棵数} \div \text{种植总棵数} \times 100\%$$

$$\text{出粉率} = \text{面粉重量} \div \text{小麦重量} \times 100\%$$

$$\text{出油率} = \text{油的重量} \div \text{油料重量} \times 100\%$$

$$\text{废品率} = \text{废品数量} \div \text{全部产品数量} \times 100\%$$

$$\text{命中率} = \text{命中次数} \div \text{总次数} \times 100\%$$

$$\text{烘干率} = \text{烘干后重量} \div \text{烘前重量} \times 100\%$$

$$\text{及格率} = \text{及格人数} \div \text{参加考试人数} \times 100\%$$

19、“牛吃草”问题

【含义】“牛吃草”问题是大科学家牛顿提出的问题，也叫“牛顿问题”。这类问题的特点在于要考虑草边吃边长这个因素。

【数量关系】草总量 = 原有草量 + 草每天生长量 × 天数

【解题思路和方法】解这类题的关键是求出草每天的生长量。

例 1 一块草地，10 头牛 20 天可以把草吃完，15 头牛 10 天可以把草吃完。问多少头牛 5 天可以把草吃完？

例 2 一只船有一个漏洞，水以均匀速度进入船内，发现漏洞时已经进了一些水。如果有 12 个人淘水，3 小时可以淘完；如果只有 5 人淘水，要 10 小时才能淘完。求 17 人几小时可以淘完？

20、鸡兔同笼问题

【含义】这是古典的算术问题。已知笼子里鸡、兔共有多少只和多少只脚，求鸡、兔各有多少只的问题，叫做第一鸡兔同笼问题。已知鸡兔的总数和鸡脚与兔脚的差，求鸡、兔各是多少的问题叫做第二鸡兔同笼问题。

【数量关系】第一鸡兔同笼问题：

假设全都是鸡，则有

$$\text{兔数} = (\text{实际脚数} - 2 \times \text{鸡兔总数}) \div (4 - 2)$$

假设全都是兔，则有

$$\text{鸡数} = (4 \times \text{鸡兔总数} - \text{实际脚数}) \div (4 - 2)$$

第二鸡兔同笼问题：

假设全都是鸡，则有

$$\text{兔数} = (2 \times \text{鸡兔总数} - \text{鸡与兔脚之差}) \div (4 + 2)$$

假设全都是兔，则有

$$\text{鸡数} = (4 \times \text{鸡兔总数} + \text{鸡与兔脚之差}) \div (4 + 2)$$

【解题思路和方法】解答此类题目一般都用假设法，可以先假设都是鸡，也可以假设都是兔。如果先假设都是鸡，然后以兔换鸡；如果先假设都是兔，然后以鸡换兔。这类问题也叫置换问题。通过先假设，再置换，使问题得到解决。

例 1 长毛兔子芦花鸡，鸡兔圈在一笼里。数数头有三十五，脚数共有九十四。请你仔细算一算，多少兔子多少鸡？

例 2 2 亩菠菜要施肥 1 千克，5 亩白菜要施肥 3 千克，两种菜共 16 亩，施肥 9 千克，求白菜有多少亩？

例 3 李老师用 69 元给学校买作业本和日记本共 45 本，作业本每本 3.20 元，日记本每本 0.70 元。问作业本和日记本各买了多少本？

例 4 （第二鸡兔同笼问题）鸡兔共有 100 只，鸡的脚比兔的脚多 80 只，问鸡与兔各多少只？

例 5 有 100 个馍 100 个和尚吃，大和尚一人吃 3 个馍，小和尚 3 人吃 1 个馍，问大小和尚各多少人？

【含义】将若干人或物依一定条件排成正方形（简称方阵），根据已知条件求总人数或总物数，这类问题就叫做方阵问题。

【数量关系】（1）方阵每边人数与四周人数的关系：

$$\text{四周人数} = (\text{每边人数} - 1) \times 4$$

$$\text{每边人数} = \text{四周人数} \div 4 + 1$$

（2）方阵总人数的求法：

$$\text{实心方阵：总人数} = \text{每边人数} \times \text{每边人数}$$

$$\text{空心方阵：总人数} = (\text{外边人数}) - (\text{内边人数})$$

$$\text{内边人数} = \text{外边人数} - \text{层数} \times 2$$

（3）若将空心方阵分成四个相等的矩形计算，则：

$$\text{总人数} = (\text{每边人数} - \text{层数}) \times \text{层数} \times 4$$

【解题思路和方法】方阵问题有实心与空心两种。实心方阵的求法是以每边的数自乘；空心方阵的变化较多，其解答方法应根据具体情况确定。

例 1 在育才小学的运动会上，进行体操表演的同学排成方阵，每行 22 人，参加体操表演的同学一共有多少人？

例 2 有一个 3 层中空方阵，最外边一层有 10 人，求全方阵的人数。

例 3 有一队学生，排成一个中空方阵，最外层人数是 52 人，最内层人数是 28 人，这队学生共多少人？

例 4 一堆棋子，排列成正方形，多余 4 棋子，若正方形纵横两个方向各增加一层，则缺少 9 只棋子，问有棋子多少个？

例 5 有一个三角形树林，顶点上有 1 棵树，以下每排的树都比前一排多 1 棵，最下面一排有 5 棵树。这个树林一共有多少棵树？

22、商品利润问题

【含义】 这是一种在生产经营中经常遇到的问题，包括成本、利润、利润率和亏损、亏损率等方面的问题。

【数量关系】 利润 = 售价 - 进货价

利润率 = (售价 - 进货价) ÷ 进货价 × 100%

售价 = 进货价 × (1 + 利润率)

亏损 = 进货价 - 售价

亏损率 = (进货价 - 售价) ÷ 进货价 × 100%

【解题思路和方法】 简单的题目可以直接利用公式，复杂的题目变通后利用公式。

例 1 某商品的平均价格在一月份上调了 10%，到二月份又下调了 10%，这种商品从原价到二月份的价格变动情况如何？

例 2 某服装店因搬迁，店内商品八折销售。苗苗买了一件衣服用去 52 元，已知衣服原来按期望盈利 30% 定价，那么该店是亏本还是盈利？亏（盈）率是多少？

例 3 成本 0.25 元的作业本 1200 册，按期望获得 40% 的利润定价出售，当销售出 80% 后，剩下的作业本打折扣，结果获得的利润是预定的 86%。问剩下的作业本出售时按定价打了多少折扣？

例 4 某种商品，甲店的进货价比乙店的进货价便宜 10%，甲店按 30% 的利润定价，乙店按 20% 的利润定价，结果乙店的定价比甲店的定价贵 6 元，求乙店的定价。

23、存款利率问题

【含义】 把钱存入银行是有一定利息的，利息的多少，与本金、利率、存期这三个因素有关。利率一般有年利率和月利率两种。年利率是指存期一年本金所生利息占本金的百分数；月利率是指存期一月所生利息占本金的百分数。

【数量关系】 年（月）利率 = 利息 ÷ 本金 ÷ 存款年（月）数 × 100%

利息 = 本金 × 存款年（月）数 × 年（月）利率

本利和 = 本金 + 利息

=本金×[1+年(月)利率×存款年(月)数]

【解题思路和方法】简单的题目可直接利用公式，复杂的题目变通后再利用公式。

例 1 李大强存入银行 1200 元，月利率 0.8%，到期后连本带利共取出 1488 元，求存款期多长。

例 2 银行定期整存整取的年利率是：二年期 7.92%，三年期 8.28%，五年期 9%。如果甲乙二人同时各存入 1 万元，甲先存二年期，到期后连本带利改存三年期；乙直存五年期。五年后二人同时取出，那么，谁的收益多？多多少元？

24、溶液浓度问题

【含义】在生产和生活中，我们经常会遇到溶液浓度问题。这类问题研究的主要是溶剂（水或其它液体）、溶质、溶液、浓度这几个量的关系。例如，水是一种溶剂，被溶解的东西叫溶质，溶解后的混合物叫溶液。溶质的量在溶液的量中所占的百分数叫浓度，也叫百分比浓度。

【数量关系】溶液=溶剂+溶质

浓度=溶质÷溶液×100%

【解题思路和方法】简单的题目可直接利用公式，复杂的题目变通后再利用公式。

例 1 爷爷有 16%的糖水 50 克，（1）要把它稀释成 10%的糖水，需加水多少克？（2）若要把它变成 30%的糖水，需加糖多少克？

例 2 要把 30%的糖水与 15%的糖水混合，配成 25%的糖水 600 克，需要 30%和 15%的糖水各多少克？

例 3 甲容器有浓度为 12%的盐水 500 克，乙容器有 500 克水。把甲中盐水的一半倒入乙中，混合后再把乙中现有盐水的一半倒入甲中，混合后又把甲中的一部分盐水倒入乙中，使甲乙两容器中的盐水同样多。求最后乙中盐水的百分比浓度。

25、构图布数问题

【含义】这是一种数学游戏，也是现实生活中常用的数学问题。所谓“构图”，就是设计出一种图形；所谓“布数”，就是把一定的数字填入图中。“构图布数”问题的关键是要符合所给的条件。

【数量关系】根据不同题目的要求而定。

【解题思路和方法】通常多从三角形、正方形、圆形和五角星等图形方面考虑。按照题意来构图布数，符合题目所给的条件。

例 1 十棵树苗子，要栽五行子，每行四棵子，请你想法子。

例 2 九棵树苗子，要栽十行子，每行三棵子，请你想法子。

例 3 九棵树苗子，要栽三行子，每行四棵子，请你想法子。

例 4 把 12 拆成 1 到 7 这七个数中三个不同数的和，有几种写法？请设计一种图形，填入这七个数，每个数只填一处，且每条线上三个数的和都等于 12。

26、幻方问题

【含义】把 $n \times n$ 个自然数排在正方形的格子中，使各行、各列以及对角线上的各数之和都相等，这样的图叫做幻方。最简单的幻方是三级幻方。

【数量关系】每行、每列、每条对角线上各数的和都相等，这个“和”叫做“幻和”。

三级幻方的幻和 $= 45 \div 3 = 15$

五级幻方的幻和 $= 325 \div 5 = 65$

【解题思路和方法】首先要确定每行、每列以及每条对角线上各数的和（即幻和），其次是确定正中间方格的数，然后再确定其它方格中的数。

例 1 把 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 这九个数填入九个方格中，使每行、每列、每条对角线上三个数的和相等。

例 2 把 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 这九个数填到九个方格中，使每行、每列、以及对角线上的各数之和都相等。

27、抽屉原则问题

【含义】把 3 只苹果放进两个抽屉中，会出现哪些结果呢？要么把 2 只苹果放进一个抽屉，剩下的一个放进另一个抽屉；要么把 3 只苹果都放进同一个抽屉中。这两种情况可用一句话表示：一定有一个抽屉中放了 2 只或 2 只以上的苹果。这就是数学中的抽屉原则问题。

【数量关系】基本的抽屉原则是：如果把 $n+1$ 个物体（也叫元素）放到 n 个抽屉中，那么至少有一个抽屉中放着 2 个或更多的物体（元素）。

抽屉原则可以推广为：如果有 m 个抽屉，有 $k \times m + r$ ($0 < r \leq m$) 个元素那么至少有一个抽屉中要放 $(k+1)$ 个或更多的元素。

通俗地说，如果元素的个数是抽屉个数的 k 倍多一些，那么至少有一个抽屉要放 $(k+1)$ 个或更多的元素。

【解题思路和方法】（1）改造抽屉，指出元素；
（2）把元素放入（或取出）抽屉；
（3）说明理由，得出结论。

例 1 育才小学有 367 个 2000 年出生的学生，那么其中至少有几个学生的生日是同一天？

例 2 据说人的头发不超过 20 万根，如果陕西省有 3645 万人，根据这些数据，你知道陕西省至少有多少人头发根数一样多吗？

例 3 一个袋子里有一些球，这些球仅只有颜色不同。其中红球 10 个，白球 9 个，黄球 8 个，蓝球 2 个。某人闭着眼睛从中取出若干个，试问他至少要取多少个球，才能保证至少有 4 个球颜色相同？

28、公约公倍问题

【含义】 需要用公约数、公倍数来解答的应用题叫做公约数、公倍数问题。

【数量关系】 绝大多数要用最大公约数、最小公倍数来解答。

【解题思路和方法】 先确定题目中要用最大公约数或者最小公倍数，再求出答案。最大公约数和最小公倍数的求法，最常用的是“短除法”。

例 1 一张硬纸板长 60 厘米，宽 56 厘米，现在需要把它剪成若干个大小相同的最大的正方形，不许有剩余。问正方形的边长是多少？

例 2 甲、乙、丙三辆汽车在环形马路上同向行驶，甲车行一周要 36 分钟，乙车行一周要 30 分钟，丙车行一周要 48 分钟，三辆

汽车同时从同一个起点出发，问至少要多少时间这三辆汽车才能同时又在起点相遇？

例 3 一个四边形广场，边长分别为 60 米，72 米，96 米，84 米，现要在四角和四边植树，若四边上每两棵树间距相等，至少要植多少棵树？

例 4 一盒围棋子，4 个 4 个地数多 1 个，5 个 5 个地数多 1 个，6 个 6 个地数还多 1 个。又知棋子总数在 150 到 200 之间，求棋子总数。

29、最值问题

【含义】 科学的发展观认为，国民经济的发展既要讲求效率，又要节约能源，要少花钱多办事，办好事，以最小的代价取得最大的效益。这类应用题叫做最值问题。

【数量关系】 一般是求最大值或最小值。

【解题思路和方法】 按照题目的要求，求出最大值或最小值。

例 1 在火炉上烤饼，饼的两面都要烤，每烤一面需要 3 分钟，炉上只能同时放两块饼，现在需要烤三块饼，最少需要多少分钟？

例 2 在一条公路上有五个卸煤场，每相邻两个之间的距离都是 10 千米，已知 1 号煤场存煤 100 吨，2 号煤场存煤 200 吨，5 号煤场存煤 400 吨，其余两个煤场是空的。现在要把所有的煤集中到一个煤场里，每吨煤运 1 千米花费 1 元，集中到几号煤场花费最少？

例 3 北京和上海同时制成计算机若干台，北京可调运外地 10 台，上海可调运外地 4 台。现决定给重庆调运 8 台，给武汉调运 6 台，若每台运费如下表，问如何调运才使运费最省？

	重庆	武汉
北京	800	400
上海	500	300

30、列方程问题

【含义】把应用题中的未知数用字母 x 代替，根据等量关系列出含有未知数的等式——方程，通过解这个方程而得到应用题的答案，这个过程，就叫做列方程解应用题。

【数量关系】方程的等号两边数量相等。

【解题思路和方法】可以概括为“审、设、列、解、验、答”六字法。

(1) 审：认真审题，弄清应用题中的已知量和未知量各是什么，问题中的等量关系是什么。

(2) 设：把应用题中的未知数设为 x 。

(3) 列：根据所设的未知数和题目中的已知条件，按照等量关系列出方程。

(4) 解：求出所列方程的解。

(5) 验：检验方程的解是否正确，是否符合题意。

(6) 答：回答题目所问，也就是写出答问的话。

同学们在列方程解应用题时，一般只写出四项内容，即设未知数、列方程、解方程、答语。设未知数时要在 x 后面写上单位名称，在方程中已知数和未知数都不带单位名称，求出的 x 值也不带单位名称，在答语中要写出单位名称。检验的过程不必写出，但必须检验。

例 1 甲乙两班共 90 人，甲班比乙班人数的 2 倍少 30 人，求两班各有多少人？

例 2 鸡兔 35 只，共有 94 只脚，问有多少兔？多少鸡？

例 3 仓库里有化肥 940 袋，两辆汽车 4 次可以运完，已知甲汽车每次运 125 袋，乙汽车每次运多少袋？